

基于 Schur 运算格的线性 ICA 估计算法

彭 焯, 杨红卫, 刘金福, 王炳锡

(解放军信息工程大学信息科学系, 河南郑州 450002)

摘要: 从几何角度来看, 线性 ICA (Independent Component Analysis) 估计可以通过角度变换来实现. 因此, 本文提出一种新颖的, 基于 Schur 运算格的格型 ICA 估计算法, 格型算法较之其它算法稳定, 易于扩展, 易于硬件软件实现. 仿真结果表明, 该算法性能令人满意.

关键词: 独立分量分析; 线性独立分量分析; 格型算法; Schur 运算格

中图分类号: TN911. 72 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2004) 03-0522-04

A Schur Lattice Based Linear ICA Estimation Algorithm

PENG Xuan, YANG Hongwei, LIU Jinfu, WANG Bingxi

(Dpt of Information Science, Information Engineering University, Zhengzhou, Henan 450002, China)

Abstract: Geometrically speaking, Linear ICA estimation can be completed by angle transformation. As a consequence, the paper presents a novel lattice ICA estimation algorithm based on Schur lattice. In contrast to other algorithms, a lattice algorithm is more stable and convenient to be extended and implemented with chips. Simulation results show satisfactory performance.

Key words: ICA; linear ICA; lattice algorithm; Schur lattice

1 引言

独立分量分析 (ICA, Independent Component Analysis) 问题最早是由 Herault 和 Jutten 在 1982 年作为神经生理学上的一个问题提出的^[1], 在整个 80 年代, ICA 国际影响有限, 在神经网络国际会议上只有少量有关 ICA 的文章. 而在另外一个相关领域, 在 1989 年举行的首次高阶谱分析工作会议上, Cardoso^[2] 和 Comon^[3] 发表了 ICA 的早期文章. Cardoso 用代数的方法, 特别是高阶累积量, 导出 JADE 算法.

直到 90 年代中期, ICA 仍旧是一个窄小的研究领域. 1995 年, A J Bell 和 T J Sejnowski 提出基于最大互信息 (Infomax) 准则的 ICA 估计方法^[4], 从此 ICA 得到越来越多人的重视. 随后, Infomax 算法被 S I Amari 和它的同事用自然梯度方法加以改进. 之后, 人们还找出了最大互信息估计与极大似然估计的联系. 几年后, A Hyvärinen 等人提出 FastICA 算法^[5,6], FastICA 的算法效率极大地提升了 ICA 解决大规模问题的能力^[1].

ICA 的几何方法最早是由 Purtonet 和 Prieto 提出^[7], 用于分离线性混合的信号, 目前用几何方法研究 ICA 的文章并不是很多^[8,9], 但因为这种方法解释直观, 实现容易, 因而受到了许多学者的关注. 线性 ICA 问题^[1,5,6,10] 可用以下各式描述:

$$x = A s \quad (1)$$

$$u = W x \quad (2)$$

s 为假想独立源信号, 混合矩阵 A 未知, x 为观测信号, 由 s 线性混合而成, W 为待求解混合矩阵, u 为解混合后的独立分量, s, x, u 均为向量.

一般地, 对 ICA 问题做如下约定^[1,5,6]: (1) 观测变量的个数大于或等于独立源的个数; (2) s 之间相互独立; (3) 至多有一个独立源满足高斯分布; (4) 没有噪声, 或者噪声能量很小.

2 ICA 问题的几何解释

式 (1)、(2) 所描述的线性 ICA 问题, 可以从另一个视角去解释, 即线性混合是一个方向变换, 或者是一个角度变换^[11]. 那么 ICA 估计也是一个角度变换问题. 考虑一个双源双观测的 ICA 问题, 假定各个独立源 s_1, s_2 服从相同均匀分布, 则他们的联合分布如图 1(a), 经过线性混合后分布变成图 1(b) 形状.

如果对图 1(b) 作白化处理, 则观测信号的联合分布会重新变得规则, 如图 1(c), 而且只与图 1(a) 相差一个角度. 这时, 求解独立分量只需要将坐标系旋转一定角度即可. 反映在矩阵上, 只需对白化后的信号空间作一个 Givens 旋转^[12]. 只要能正确估计出 H , 就能计算出独立分量.

对于高维情况, 可以将其投影到多个二维平面上, 逐个旋转, 估计出独立分量.

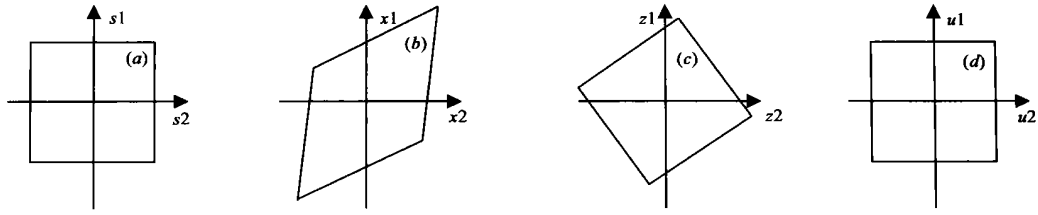


图1 (a) s 联合分布; (b) x 联合分布; (c) 白化后; (d) 解混合后

3 二维 Schur) ICA 估计算法

Schur 运算格^[13]如图 2 所示, Schur 运算格输入为 x_1, x_2 , 输出 F_1, F_2 . 从图中可以看出, Schur 运算格正好可以实现矩阵旋转, 求解出独立分量.

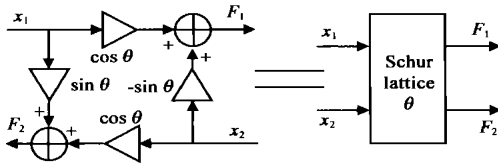


图 2 Schur 运算格原理图

其中, Schur 运算格的输出 F_1, F_2 满足:

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(H) & -\sin(H) \\ \sin(H) & \cos(H) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

于是 ICA 估计转化为估计 H 采用最速下降(上升)法, 选取 $E\{G(F_2)\}$ 作为目标函数^[18, 91], 其中

$$G(y) = \log \cosh(y) \quad (4)$$

$$g(y) = G(y) = \tanh(y)$$

H 的梯度估值如下式(5)所示, H 的迭代如式(6)所示. 只要步长选取合适(一般 $L \in [0, 1)$, 就能迭代到最优 H

$$\begin{aligned} \dot{y} H &= \frac{5 E\{G(F_2)\}}{5H} = E\left\{G(F_2) \# \frac{5F_2}{5H}\right\} \\ &= E\{G(F_2) \# F_1\} = E\{g(F_2) \# F_1\} \end{aligned} \quad (5)$$

$$H(k+1) = H(k) - L \dot{y} H \quad k \text{ 为迭代次数} \quad (6)$$

当算法收敛时, 便可求出独立分量.

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ s \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos H_1 & -\sin H_1 \\ \sin H_1 & \cos H_1 \\ & & w \\ & & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \cos H_2 & -\sin H_2 \\ \sin H_2 & \cos H_2 \\ & & & 1 \end{bmatrix} \dots \begin{bmatrix} 1 \\ w \\ \cos H_{n-1} & -\sin H_{n-1} \\ \sin H_{n-1} & \cos H_{n-1} \\ & & & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s \\ s_n \end{bmatrix} \quad (7)$$

经过级联后, n 维问题简化成 n-1 个 2 维问题, 剩下的是如何估计出一系列的 H 与二维情况类似, H 的估计仍然通过最速下降(上升)迭代的办法. 不过, 此时目标函数变成 $E\{G(F_{2n-2})\}$. 经过简单推导, 可以导出 H 的梯度估值. 令 $H = [H_1, H_2, \dots, H_{n-1}]^T$, $\dot{y} H = [\dot{y} H_1, \dot{y} H_2, \dots, \dot{y} H_{n-1}]^T$, 有如下各式成立:

$$\dot{y} H_1 = 5 E\{G(F_{2n-2})\} / 5H_1 = E\{g(F_{2n-2}) \# F_1 \sin H_2, \sin H_{n-1}\} \quad (8)$$

$$\dot{y} H_2 = 5 E\{G(F_{2n-2})\} / 5H_2 = E\{g(F_{2n-2}) \# F_3 \sin H_3, \sin H_{n-1}\} \quad (9)$$

Schur 运算格解决二维 ICA 估计很方便, 也很直观, 但是如何应付高维问题?

4 Schur) ICA 的高维扩展

对于高维空间信号, 可以通过逐一旋转信号在二维空间上的投影来解决, 也就是说将高维问题转化为多个二维问题, 借助二维运算解决高维 ICA 的估计. 本文提出一种 Schur 运算格级联的方法解决高维 ICA 问题. 参考图 3.

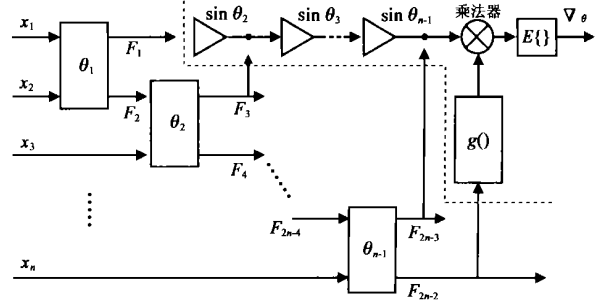


图 3 n 维 ICA 估计的 Schur 运算格级联方法

图中, 采用 n-1 个 Schur 运算格解决 n 维 ICA 估计, 除第一个运算格外, 每个运算格的输入为前一运算格的下支路和一路观测信号, 最后一个运算格输出一个独立分量.

Schur 运算格级联方法可用式(7)的矩阵运算说明, 观测信号 x 由独立源 s 混合而成, s 的混合系数有 n 个, 事实上经过白化处理后, 只需求解 n-1 个系数, 而 n-1 个 H 的运算组合正好可以模拟 n-1 个混合系数, 因此, 算法是在理论上可行的.

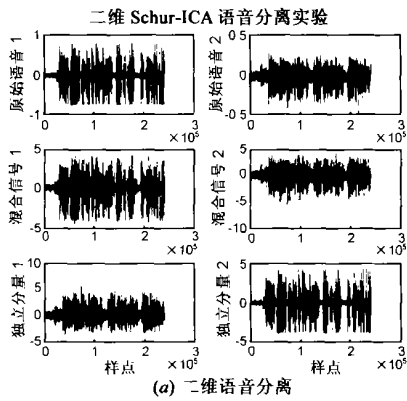
$$\dot{y} H_{n-1} = 5 E\{G(F_{2n-2})\} / 5H_{n-1} = E\{g(F_{2n-2}) \# F_{2n-3}\} \quad (10)$$

$$H(k+1) = H(k) - L \dot{y} H \quad (11)$$

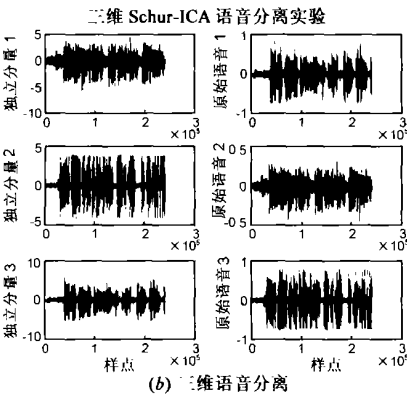
H 的梯度估值非常有规律, 在图中的虚线内设置抽头便可得到各个 H 的梯度估值, 再加上整个估计算法为运算格级联, 非常便于硬件软件实现.

5 仿真

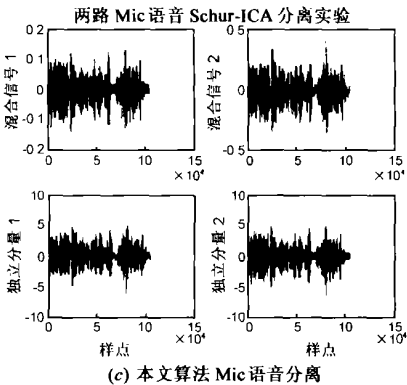
根据前两节给出的算法原理, 作者对实际的语音信号



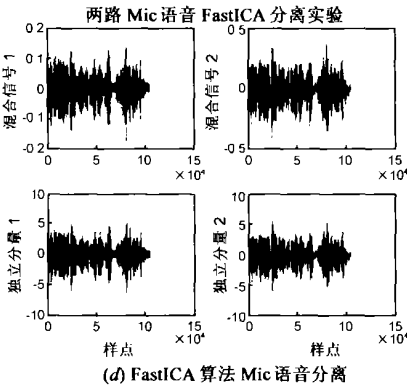
(a) 二维语音分离



(b) 三维语音分离



(c) 本文算法 Mic 语音分离



(d) FastICA 算法 Mic 语音分离

图 4

(16k 采样, 16 比特量化, 15s 长) 用 matlab 做了两组实验. 在进行 ICA 估计之前, 先对信号做白化处理. 假定 $E\{xx^T\} = Q+Q^T$ 其中 Q 为 $E\{xx^T\}$ 的特征向量阵, $+$ 为特征值对角阵.

则通过下式对数据进行白化处理.

$$z = Q^{-1/2} Q^T x \quad (12)$$

以下实验中, L 取 0.1, 各图中, 横坐标表示信号样点, 纵坐标表示信号幅度.

第一组: 人工线性混合两段语音信号, 混合矩阵为服从高斯分布的随机数. 图 4(a)、(b) 给出二维三维实验的前后对比图. 从图中可以看出, SchurICA 算法能够实现人工线性混合语音的完全分离. 在算法效率上, L 取为 0.1 时, 二维语音分离约需 200 次迭代, 三维语音分离约需 1200 次迭代.

第二组: 对两路 Mic 输入语音进行 ICA 分离实验, 录音时, 两个人同时说话. 事实上, 两路 Mic 输入并不完全是两个语音信号的线性叠加, 其中, 有时延, Mic 畸变, 甚至有语音相互卷积的成分. 从分离出来的声音中听来, 分离的效果并不是很好, 因此, 为了检验本文算法, 作者将本文算法与 FastICA 算法作一对比, 图 4(c) 为本文算法前后语音波形对比, 图 4(d) 为 FastICA 算法前后语音波形对比, 可以看出二者的分离效果近似.

对于文中给出的两路 Mic 信号, FastICA 和文中算法估计出的解混合矩阵 W 分别如下:

$$W_{\text{本文}} = \begin{bmatrix} 0.2866 & -14.4296 \\ 36.5171 & 0.4931 \end{bmatrix}$$

$$W_{\text{FastICA}} = \begin{bmatrix} -0.3631 & 14.4286 \\ 36.5166 & 0.5234 \end{bmatrix} \quad (13)$$

从解混合矩阵也可看出二者的分离效果近似, 因此可以说明本文算法的求解能力与 FastICA 相当.

6 结束语

文章旨在提出一种 ICA 的几何解决办法, 在 H 的迭代上, 并没有运用快速算法, 因此如果需要加快收敛, 可以选用收敛较快的自适应算法. 另外, 本算法如何适应非线性 ICA 还值得研究.

参考文献:

- [1] A Hyvärinen, et al. Independent Component Analysis[M]. New York: John Wiley, 2001. 11- 12.
- [2] EF Cardoso. Source separation using higher order moments[A]. ICASSP [C]. Glasgow: IEEE, 1989. 2109- 2112.
- [3] P Comon. Separation of stochastic processes[A]. Proc Workshop on HigherOrder Spectral Analysis[C]. Vail, Colorado: IEEE, 1989. 174- 179.
- [4] A J Bell, T J Sejnowski. An information maximization approach to blind separation and blind deconvolution[J]. Neural Computation, 1995, 7 (6): 1129- 1159.
- [5] A Hyvärinen, E Oja. Independent component analysis: algorithms and applications[J]. Neural Networks, 2000, 13(45): 411- 430.
- [6] A Hyvärinen. Survey on independent component analysis[J]. Neural Computing Surveys, 1999, (2): 94- 128.
- [7] C G Puntonet, A Prieto. An adaptive geometrical procedure for blind separation of sources[J]. Neural Processing Letters, 1995, 2(5): 23- 27.
- [8] F J Theis, A Jung, et al. A theoretic model for linear geometric ICA

- [A]. ICA2001 [C]. San Diego: University of California, 2001. 349- 354.
- [9] A Jung, F J Theis, et al, FastGe2a Histogram based Approach to Linear Geometric ICA[A]. ICA2001 [C]. San Diego: University of California, 2001. 418- 423.
- [10] P Comon. Independent component analysis2a new concept[J]? Signal Processing, 1994, 36(3):287- 314.
- [11] A Mansour, C G Puntonet, N Chnishi. A simple ICA algorithm based on geometrical approach [A]. ISSPA [C]. Kuala Lumpur, Malaysia: IEEE, 2001. 9- 12.
- [12] 张贤达. 信号处理中的线性代数[M]. 北京: 科学出版社, 1997. 62 - 66.
- [13] Phillip A Regalia. Adaptive IIR Filtering in Signal Processing and Control[M]. New York: Marcel Dekker, 1995. 228- 258.



杨红卫 男, 1962 年 11 月生于山东微山, 1992 年获北方交通大学硕士学位, 2000 年进入解放军信息工程大学信息科学系攻读博士学位, 主要从事语音信号处理研究。



刘金福 男, 1978 年 10 月生于吉林蛟河, 1997 年 6 月获解放军信息工程大学学士学位, 同年进入该校信息科学系攻读硕士学位. 主要从事语音信号处理研究。

作者简介:



彭 煊 男, 1976 年 1 月生于湖南永州, 2000 年 3 月获解放军信息工程大学工学硕士学位, 同年进入该校信息科学系攻读博士学位. 主要从事语音信号处理研究。

王炳锡 男, 1945 年 5 月生于天津, 教授、博士生导师, 中国电子学会高级会员, 1982 年获北方交通大学工学硕士学位, 主要研究方向为语音信号处理、水声信号分析、信息隐藏技术。

电子学报

2004 年第 3 期 Acta Electronica Sinica No. 3 2004
(总期 244 期) (Monthly) (Series No. 244)

主管单位 中国科学技术协会 China Association for Science and Technology
 主办单位 中国电子学会 Published by the Chinese Institute of Electronics, Beijing
 协办单位 南京才华科技有限公司 Nanjing Caihua Technology Co., Ltd.
 编 辑 5 电子学报 6 编辑委员会 Edited by Editorial Board of Acta Electronica Sinica
 主 编 王守觉 Chief Editor: WANG Shou2jue
 总编辑 刘力 Director: LIU Li
 通信处 北京 165 信箱 Add: Editorial Office of Acta Electronica Sinica
 (邮政编码 100036) (PO Box 165, Beijing 100036, China)
 电 话 (010) 68279116, 68285082 Tel: 86210268279116, 68285082
 传 真 (010) 68173796 Fax: 86210268173796

Home page: <http://www.elecjournal.org>; <http://dzxu.chinajournal.net.cn>

Email: cje@elecjournal.org; dzxu@chinajournal.net.cn

排 版 印 刷 北京育兴达印刷厂 Printed by Yuxingda, Beijing, China

国内总发行 北京市报刊发行局 Distributed by

Domestic: Beijing Baokan Faxingju, China

国外总发行 中国国际图书贸易总公司 Foreign: China International Book Trading Corporation

国内订购处 全国各邮电局 (Subscription Office))) All Local Post Offices in China

刊号: ISSN 0372- 2112
CN11- 2087/TN

邮发代号(国内/ 国外): 2- 891/M436

国内定价 4 20.00